

Equações Diofânticas

Exercícios

Brasília
2015

Lista 2

Problema 1. Resolva a equação para inteiros positivos

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = p,$$

onde $p \geq 3$ é um número primo.

Problema 2. Encontre todas as soluções de

$$x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z = 3.$$

Problema 3. Seja p um número primo. Resolva

$$x^4 + 4 = py^4.$$

Problema 4. Resolva a equação

$$x^2 + 6xy + 8y^2 + 3x + 6y = 2.$$

Problema 5. Resolver a equação

$$x^m + y^m = 3^n,$$

com $m, n \geq 3$.

Problema 6. Encontre todos os inteiros positivos tais que

$$x^3 - y^3 = xy + 61.$$

Problema 7. Resolva

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4.$$

Problema 8. Encontre todas as soluções de

$$(x^2 + y)(x + y^2) = (x - y)^3.$$

Problema 9. Resolva

$$x^5 + x^4 + 1 = p^y,$$

onde p é um número primo.

Problema 10. Resolver

$$xy + \frac{x^3 + y^3}{3} = 2007.$$

Problema 11. Resolva

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \left(1 + \frac{1}{z}\right) = 2,$$

com $x, y, z > 0$.

Problema 12. Encontre todas as soluções inteiras positivas de

$$3(xy + yz + zx) = 4xyz.$$

Problema 13. Resolva

$$xy + yz + zx - xyz = 2.$$

Problema 14. Encontre todas as soluções de

$$(x + y)^2 + 3x + y + 1 = z^2.$$

Problema 15. Resolver

$$(x^2 - y^2)^2 = 1 + 16y.$$

Problema 16. Encontre todas as soluções inteiras positivas de

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 3(x + y + z + w).$$

Problema 17. Resolva

$$x^y + y = y^x + x,$$

com $x, y > 0$.

Problema 18. Se $a, b > 0$ e $(ab + 1) \mid (a^2 + b^2)$, prove que $\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$ é quadrado perfeito.

Problema 19. Prove que a equação

$$x^2 + y^2 = z^5 + z$$

possui infinitas soluções.

Problema 20. Resolva a equação

$$x^n + y^n + z^n + u^n = v^{n-1},$$

para inteiros positivos e $n > 2$.

Problema 21. Resolva

$$x^2 + xy = y^2 + xz.$$

Problema 22. Resolva

$$4xy - x - y = z^2.$$

Problema 23. Encontre as soluções de

$$x^3 - 4xy + y^3 = -1.$$

Problema 24. Resolva

$$x_1^4 + \dots + x_{14}^4 = 15999.$$

Problema 25. Resolva

$$x^2 - y^2 = 2xyz.$$

Problema 26. Encontre todas as soluções da equação

$$a^2 + b^2 + c^2 = a^2b^2.$$